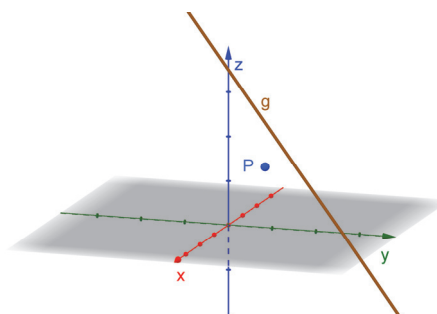


Abstand eines Punktes von einer Geraden – Strategien gesucht!

Ausgangssituation: Gegeben ist ein Punkt P und eine Gerade g in einem räumlichen Koordinatensystem.

Problem: Wie kann man vorgehen, um den Abstand des Punktes P zur Geraden g zu bestimmen?



Aufgaben

- Sammeln Sie in Ihrer Gruppe Ideen, wie man den Abstand bestimmen könnte. Welche geometrischen Objekte (zum Beispiel Punkt, Vektor, Gerade, Ebene, Dreieck, Viereck, Kugel) können dabei helfen?
- Entwickeln Sie eine Strategie zur Abstandsbestimmung und beschreiben Sie diese Schritt für Schritt.
- Führen Sie die entwickelte Strategie rechnerisch am Beispiel des Punktes $P(1|2|3)$ und der Geraden g durch.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Hilfestellungen (zum Ausschneiden)

<p>Idee: Senkrechte Verbindung</p> <ul style="list-style-type: none"> Wähle einen allgemeinen Punkt Q auf g! Er hängt noch von t ab. Der Verbindungsvektor \overrightarrow{PQ} soll senkrecht zu g sein! Das Skalarprodukt kann helfen! 	<p>Idee: Kürzeste Verbindung</p> <ul style="list-style-type: none"> Wähle einen allgemeinen Punkt Q auf g! Er hängt noch von t ab. Der Verbindungsvektor \overrightarrow{PQ} soll möglichst kurz sein! Eine quadratische Funktion kann helfen! 	<p>Idee: Hilfsebene</p> <ul style="list-style-type: none"> Finde die Ebene, die P enthält und senkrecht zu g verläuft! In dieser Ebene kann ein weiterer Punkt bei der Abstandsbestimmung helfen!
<p>Idee: Höhe im Parallelogramm</p> <ul style="list-style-type: none"> Ein Verbindungsvektor von P zu g spannt mit einem Richtungsvektor von g ein Parallelogramm auf. Hat man den Flächeninhalt und eine Seitenlänge, so kann man die Höhe im Parallelogramm bestimmen! Das Vektorprodukt kann helfen! 	<p>Idee: Normalenvektor</p> <ul style="list-style-type: none"> Die Ebene, die P und g enthält, hat einen Normalenvektor. Ein Verbindungsvektor von P zu g, soll senkrecht zu dem Normalenvektor und zu g sein! Das Skalarprodukt kann helfen! 	<p>Idee: Geradenschar</p> <ul style="list-style-type: none"> Es gibt eine Schar von unendlich vielen Geraden durch P, die senkrecht zu g verlaufen. Diejenige Gerade der Schar, die g schneidet, kann bei der Abstandsbestimmung helfen!
<p>Idee: Berührkugel</p> <ul style="list-style-type: none"> Finde eine Kugel mit Mittelpunkt P, die g berührt! Der Radius r dieser Kugel muss so gewählt werden, dass es nur einen Schnittpunkt mit g gibt. Wissen über quadratische Gleichungen kann helfen! 	<p>Idee: Kugelschnittpunkte</p> <ul style="list-style-type: none"> Finde eine Kugel mit Mittelpunkt P, die von g in zwei Punkten getroffen wird! Der Mittelpunkt dieser beiden Punkte kann bei der Abstandsbestimmung helfen! 	<p>Idee: Orthogonalisierung</p> <ul style="list-style-type: none"> Ein Verbindungsvektor \vec{v} von P zu g kann in einen zu g parallelen und einen zu g orthogonalen Anteil zerlegt werden: $\vec{v} = \vec{v}_{ } + \vec{v}_{\perp}$ Ist \vec{u} ein Richtungsvektor von g, so gilt: $\vec{v}_{ } = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u}$ Der Vektor \vec{v}_{\perp} kann bei der Abstandsbestimmung helfen!